TANGÈNCIES I ENLLAÇOS

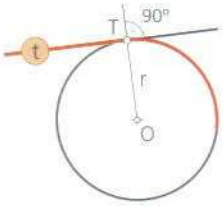
1 TANGÈNCIES

Les tangències són traçats geomètrics presents en nombrosos dissenys, estructures arquitectòniques i una infinitat de formes decoratives i objectes d'ús comú.

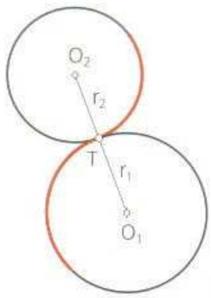
Recordem que dues línies es diu que són tangents quan tenen un sol punt comú sense que es tallin. Per resoldre qualsevol problema de tangències de rectes amb circumferències i d'aquestes entre si, és necessari aplicar amb molt de rigor les propietats i consideracions geomètriques que s'indiquen a continuació.

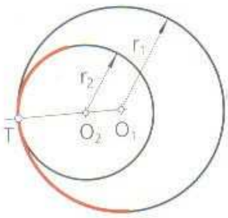
PROPIETATS

«Si una recta és tangent a una circumferència, el radi en el punt de tangència és perpendicular a la recta».



«Si dues circumferències són tangents (siguin exteriors o interiors), el punt de contacte es troba en la recta que uneix els centres».





En circumferències tangents exteriors:

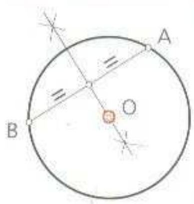
$\overline{O_1O_2} = r_1 + r_2$

En circumferències tangents interiors:

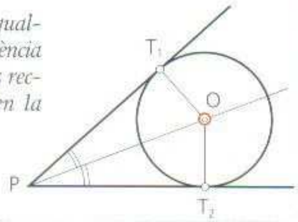
$\overline{O_1O_2} = r_1 - r_2$

CONSIDERACIONS GEOMÈTRIQUES

*«El centre de qualsevol circumferència que passi per dos punts **A** i **B** es troba en la mediatriu del segment que els uneix».*



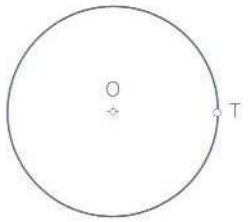
«El centre de qualsevol circumferència tangent a dues rectes es troba en la bisectriu de l'angle que formen».



RECTES TANGENTS A UNA CIRCUMFERÈNCIA

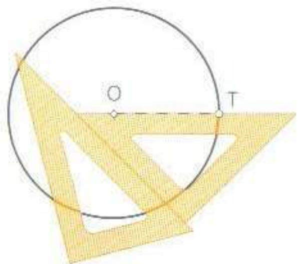
PER UN PUNT T DE LA CIRCUMFERÈNCIA

1r.



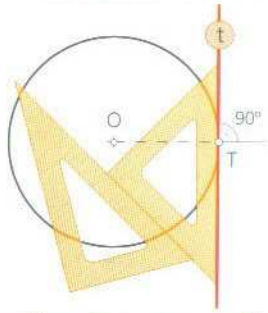
DADES
- Circumferència de centre **O**.
- Punt **T** de la circumferència.

2n.



Es traça el radi **OT**, alineant l'escaire tal com indica la figura.

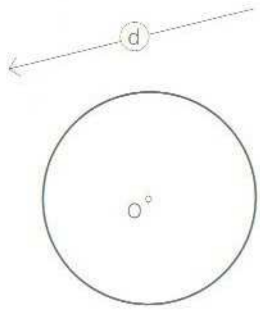
3r.



Girant l'escaire tracem, per **T**, la recta tangent solució.

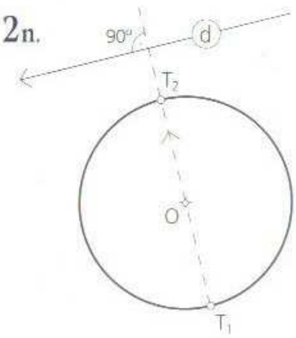
PARAL·LELES A UNA DIRECCIÓ d DETERMINADA

1r.



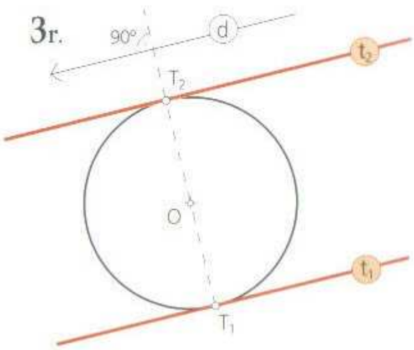
DADES
- Circumferència de centre **O**.
- Direcció: **d**.

2n.



Pel centre **O** tracem la perpendicular a la direcció **d**, i obtenim els punts de tangència $\mathbf{T_1}$ i $\mathbf{T_2}$.

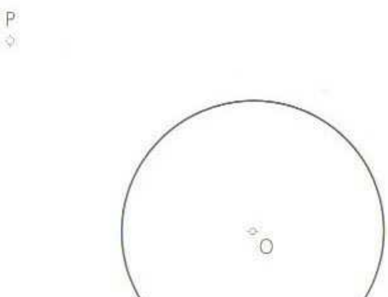
3r.



Pels punts $\mathbf{T_1}$ i $\mathbf{T_2}$ tracem paral·leles a la direcció **d**, i obtenim les rectes tangents $\mathbf{t_1}$ i $\mathbf{t_2}$.

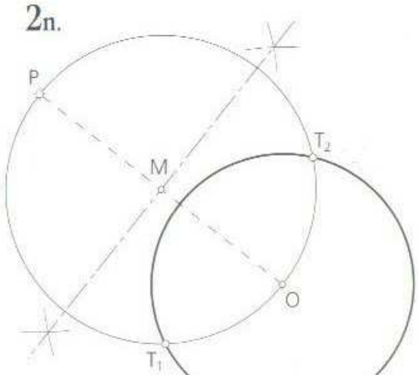
DES D'UN PUNT P EXTERIOR A LA CIRCUMFERÈNCIA

1r.



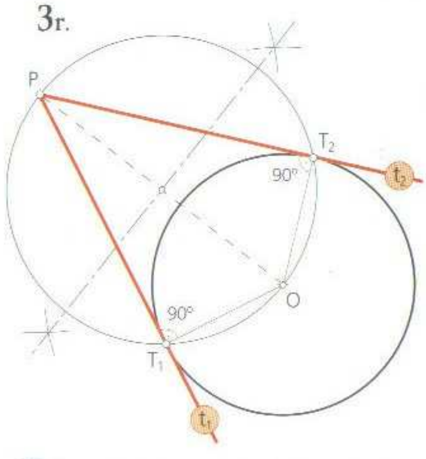
DADES
- Circumferència de centre **O**.
- Punt exterior **P**.

2n.



Es traça la mediatriu del segment $\overline{\mathbf{PO}}$ per obtenir el punt **M** centre de la circumferència, d'igual diàmetre que el segment, que talla la donada en els punts $\mathbf{T_1}$ i $\mathbf{T_2}$.

3r.

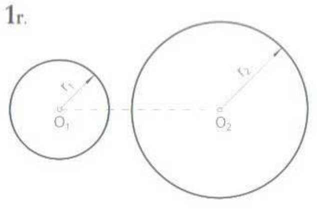


La unió dels punts $\mathbf{T_1}$ i $\mathbf{T_2}$ amb el punt exterior **P** defineix les dues rectes tangents $\mathbf{t_1}$ i $\mathbf{t_2}$ que es poden traçar des d'un punt exterior a una circumferència.

RECTES TANGENTS A DUES CIRCUMFERÈNCIES

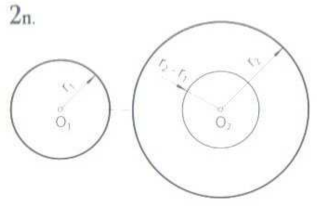
TANGENTS EXTERIORS

1r.



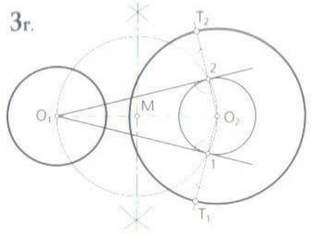
DADES
- Circumferències de centre O_1 i O_2, amb radis r_1 i r_2, respectivament.

2n.



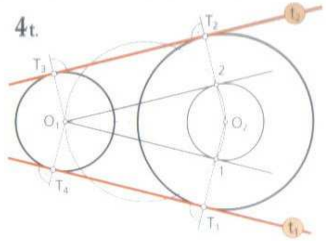
Amb centre en la circumferència de radi més gran (O_2), es dibuixa la circumferència que té per radi la diferència de les donades.

3r.



Des del centre de la circumferència de radi més petit (O_1) es tracen les tangents a la circumferència diferència de radis (r_2–r_1), i s'obtenen els punts **1** i **2**. La prolongació dels radis $\overline{O_2\,1}$ i $\overline{O_2\,2}$ defineix els punts de tangència T_1 i T_2.

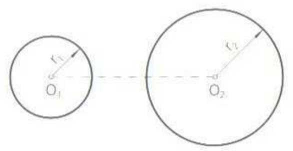
4t.



Les rectes t_1 i t_2, tangents solució, contacten a T_1 i T_2 i són paral·leles a les tangents obtingudes abans. D'altra banda, els punts de contacte T_3 i T_4 són els peus de les perpendiculars traçades per O_1 a les tangents solució.

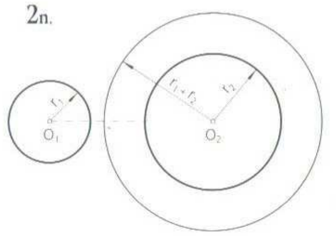
TANGENTS INTERIORS

1r.



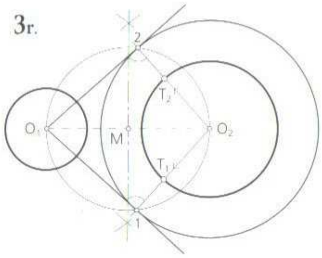
DADES
- Circumferències de centre O_1 i O_2, amb radis r_1 i r_2, respectivament.

2n.



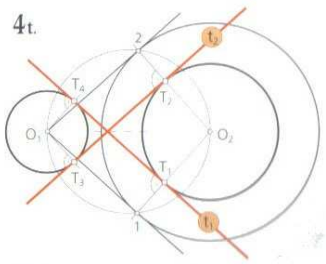
Amb centre en la circumferència de radi més gran (O_2), es dibuixa la circumferència que té per radi la suma de les donades.

3r.



Des del centre de la circumferència de radi més petit (O_1) es tracen les tangents a la circumferència suma de radis (r_1+r_2), i s'obtenen els punts **1** i **2**. El traçat dels radis $\overline{O_2\,1}$ i $\overline{O_2\,2}$ determina els punts de tangència T_1 i T_2.

4t.



Les rectes t_1 i t_2, tangents solució, contacten a T_1 i T_2 i són paral·leles a les tangents obtingudes abans. D'altra banda, els punts de contacte T_3 i T_4 són els peus de les perpendiculars traçades per O_1 a les tangents solució.

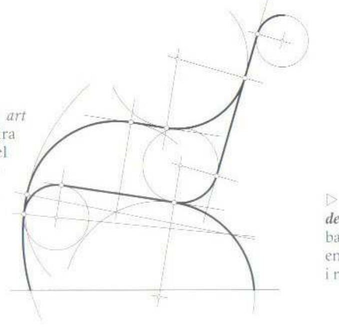
TANGÈNCIES EN EL DISSENY

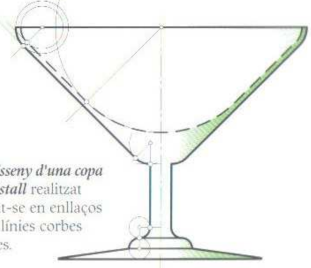
En el món del disseny sovint es presenta la necessitat d'unir o enllaçar dues línies.

Les aplicacions que s'exposen tot seguit són exemples de resolució de problemes de tangències.

▷ ***Cadira de braços art déco, obra de Gerald SUMMERS***, feta amb fusta laminada i resolta basant-se en tangències entre línies en el punt d'unió de les diferents làmines, tal com indica l'esquelet de la imatge central.

L'estil anomenat *art déco*, nascut a la Fira Mundial de París el 1925, respon al concepte que «la forma sempre ha d'estar determinada per la funció». Aquest estil encara té una gran influència sobre el disseny modern.





▷ ***Disseny d'una copa de cristall*** realitzat basant-se en enllaços entre línies corbes i rectes.

2 ENLLAÇOS EN CORBES TÈCNIQUES

Els ovals i els ovoides pertanyen al grup dels enllaços anomenats tancats perquè comencen i s'acaben en un mateix punt. També reben el nom de corbes circulars a causa del fet d'estar formades per circumferències tangents entre si.

OVAL

Corba tancada, plana i convexa, amb dos eixos de simetria perpendiculars, formada per quatre arcs de circumferència tangents entre si, els centres dels quals es troben en els eixos de simetria.

OVOIDE

Corba tancada, plana i convexa, formada per quatre arcs de circumferència tangents entre si, depenent d'un sol eix de simetria.

Es tracta d'una corba molt semblant al contorn d'un ou, de la qual cosa es deriva la seva denominació.

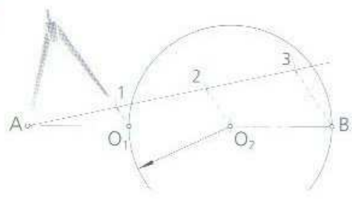
ESPIRAL

Les espirals són corbes obertes i planes, generades pel moviment d'un punt que es desplaça gradualment al voltant d'un altre de fix, allunyant-se d'ell en cada volta. La distància radial que hi ha entre dues voltes o espires consecutives s'anomena *pas* de l'espiral.

Dins les espirals trobem les anomenades **espirals de nucli poligonal** o **volutes**, com la que es desenvolupa a la dreta, el nucli de la qual és un triangle equilàter.

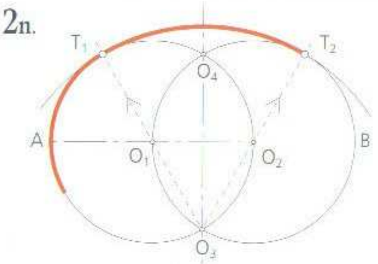
CONSTRUCCIÓ D'UN OVAL. Coneixent-ne l'eix major (oval de tres centres)

1r.



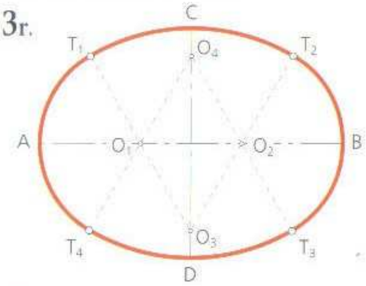
DADA: Eix major $\overline{AB}$.
Es divideix el segment $\overline{AB}$ en tres parts iguals i s'obtenen els punts O_1 i O_2.

2n.



Amb centres a O_1 i O_2 es tracen les circumferències de radis iguals a $\overline{AB}/3$. Els punts O_3 i O_4 determinen els centres dels altres dos arcs de l'oval.

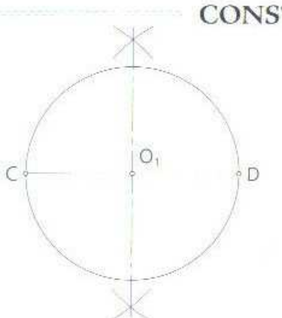
3r.



Amb centre a O_1, O_2, O_3 i O_4 es tracen els quatre arcs de circumferència que enllacen en els punts T_1, T_2, T_3 i T_4 per definir l'oval.

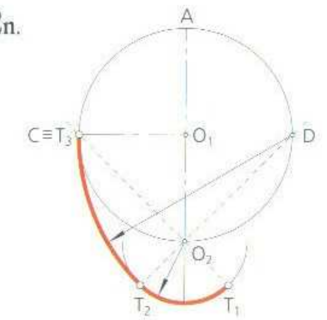
CONSTRUCCIÓ D'UN OVOIDE. Coneixent-ne l'eix menor

1r.



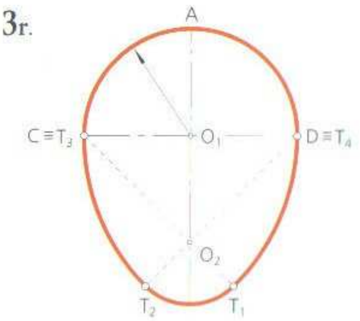
DADA: Eix menor $\overline{CD}$.
Tracem la mediatriu del segment $\overline{CD}$ i s'obté el punt mitjà O_1, centre de la circumferència de radi $\overline{CD}/2$.

2n.



El punt O_2 és el centre de l'arc menor de la corba. La seva unió amb **C** i **D** determina els punts d'enllaç T_1 i T_2.

3r.



Amb centre a **C** i **D** tracem els arcs majors, que, a més, es corresponen amb els punts d'enllaç T_3 i T_4.

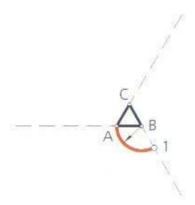
ESPIRAL

Les espirals són corbes obertes i planes, generades pel moviment d'un punt que es desplaça gradualment al voltant d'un altre de fix, allunyant-se d'ell en cada volta. La distància radial que hi ha entre dues voltes o espires consecutives s'anomena *pas* de l'espiral.

Dins les espirals trobem les anomenades **espirals de nucli poligonal** o **volutes**, com la que es desenvolupa a la dreta, el nucli de la qual és un triangle equilàter.

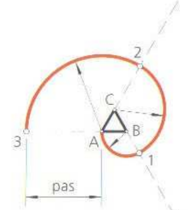
CONSTRUCCIÓ D'UNA ESPIRAL DE NUCLI POLIGONAL. Voluta de base triangular

1r.



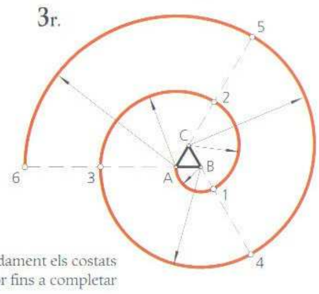
DADA: Nucli triangular **ABC**.
Es prenen com a centres dels arcs d'enllaç els vèrtexs del polígon.

2n.



Els radis dels arcs s'obtenen allargant ordenadament els costats del polígon i sumant el següent amb l'anterior fins a completar una volta, i així successivament.

3r.

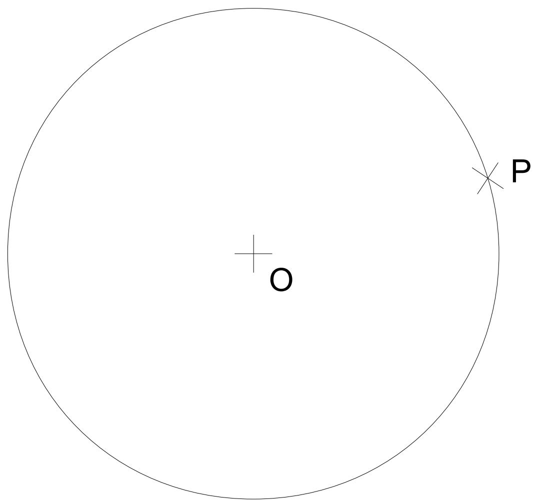


NOM i COGNOMS: CURS:

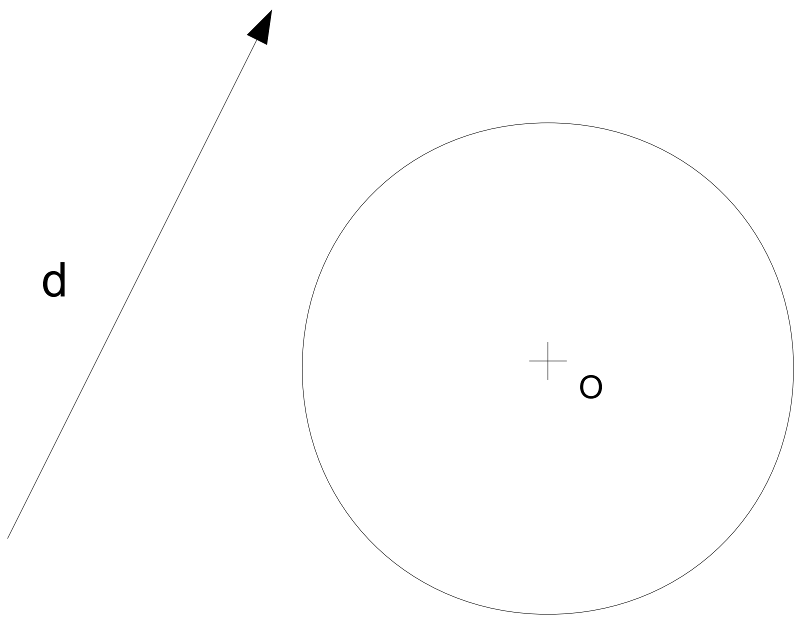
DATA: / /

RECTES TANGENTS A UNA CIRCUMFERÈNCIA

1 TRAÇA LA RECTA TANGENT A LA CIRCUMFERÈNCIA PEL PUNT **P**



2 TRAÇA LES RECTES TANENGTS I PARAL·LELES A LA DIRECCIÓ DONADA

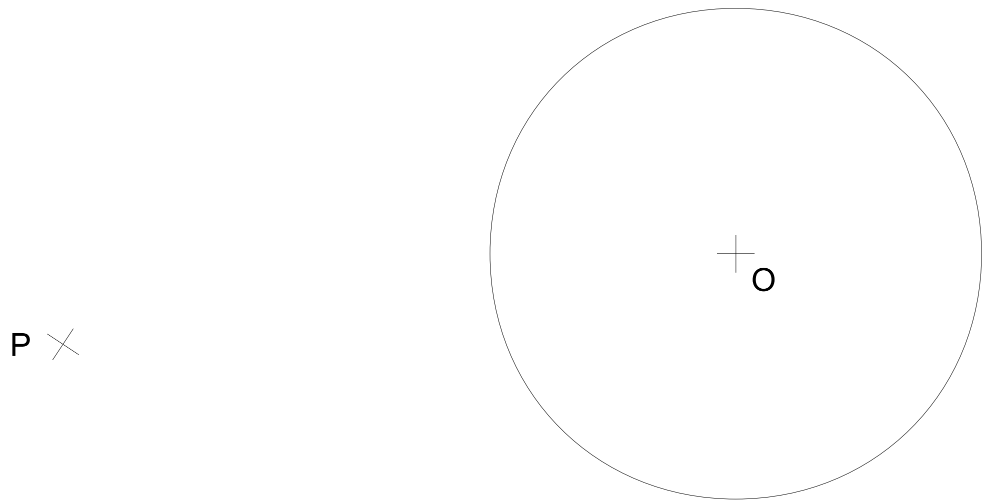


NOM i COGNOMS: CURS:

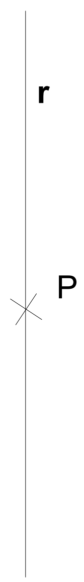
DATA: / /

RECTES TANGENTS A UNA CIRCUMFERÈNCIA

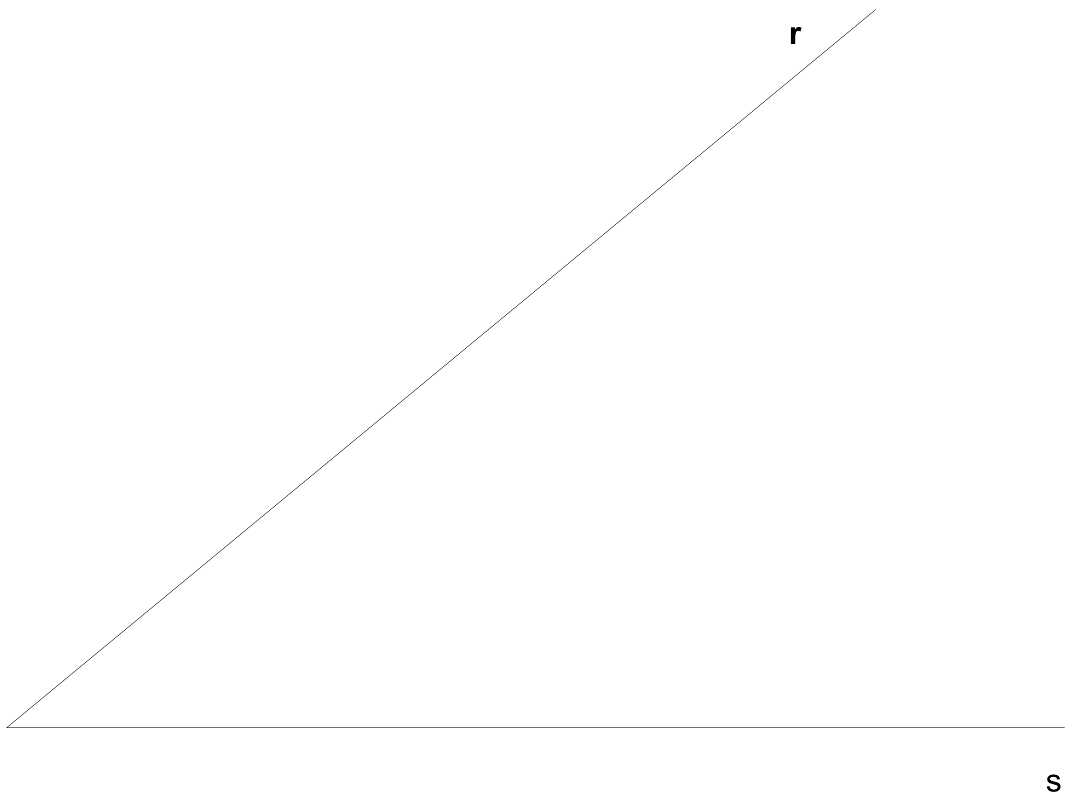
3 TRAÇA LES RECTES TANGENTS A LA CIRCUMFERÈNCIA DES DEL PUNT **P** EXTERIOR



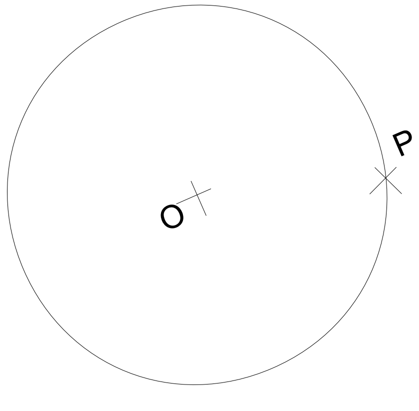
4 TRAÇA UNA CIRCUMFERÈNCIA QUE PASSI PEL PUNT **P** I SIGUI TANGENT A LA RECTA **r**



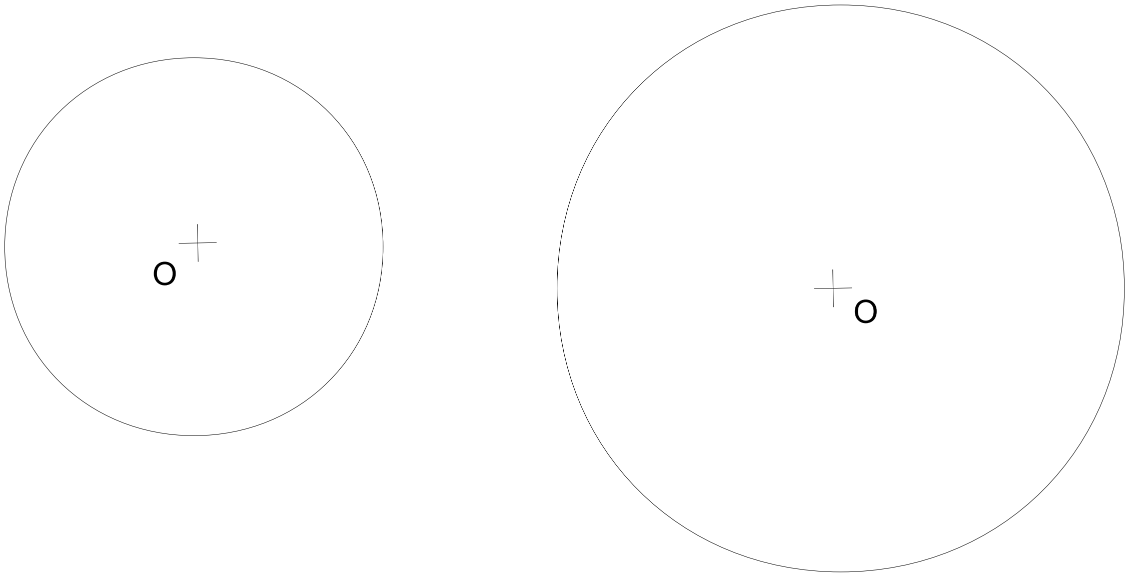
5 CIRCUMFERÈNCIA DE RADI =2 cm TANGENT A DUES RECTES CONVERGENTS **r, s**



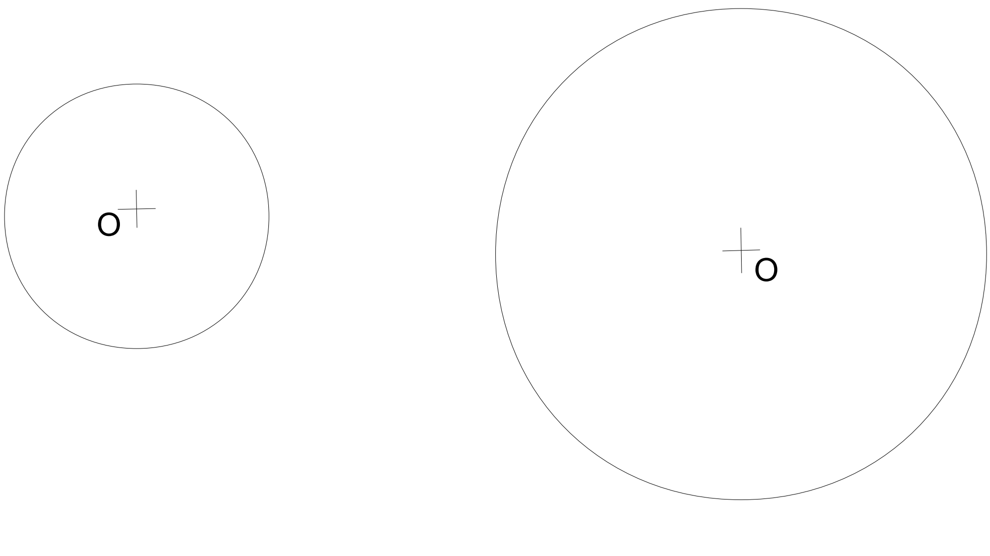
6 TRAÇA UNA CIRCUMFERÈNCIA DE RADI **r = 3 cm** TANGENT EXTERIOR A UNA ALTRA DONADA EN UN PUNT **P**



7 TRAÇA LES RECTES TANGENTS EXTERIORS A LES CIRCUMFERÈNCIES DONADES



8 TRAÇA LES RECTES TANGENTS INTERIORS A LESCIRCUMFERÈNCIES DONADES



NOM i COGNOMS:

CURS:
DATA: / /

Enllaços en corbes tècniques

9 DONAD L'EIX MAJOR **AB** CONSTRUEIX UN OVAL

NOM i COGNOMS: CURS:

DATA: / /

Enllaços en corbes tècniques

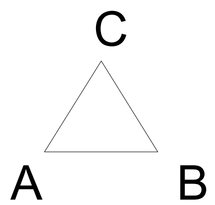
10 CONSTRUEIX UN OVOIDE CONEIXENT L'EIX MENOR

NOM i COGNOMS: CURS:

DATA: / /

Enllaços en corbes tècniques

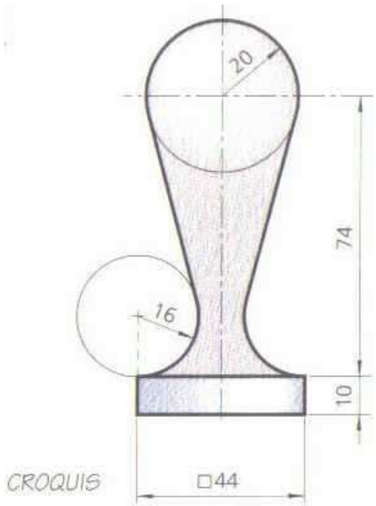
11 CONSTRUEIX UNA ESPIRAL DONAT EL NUCLI

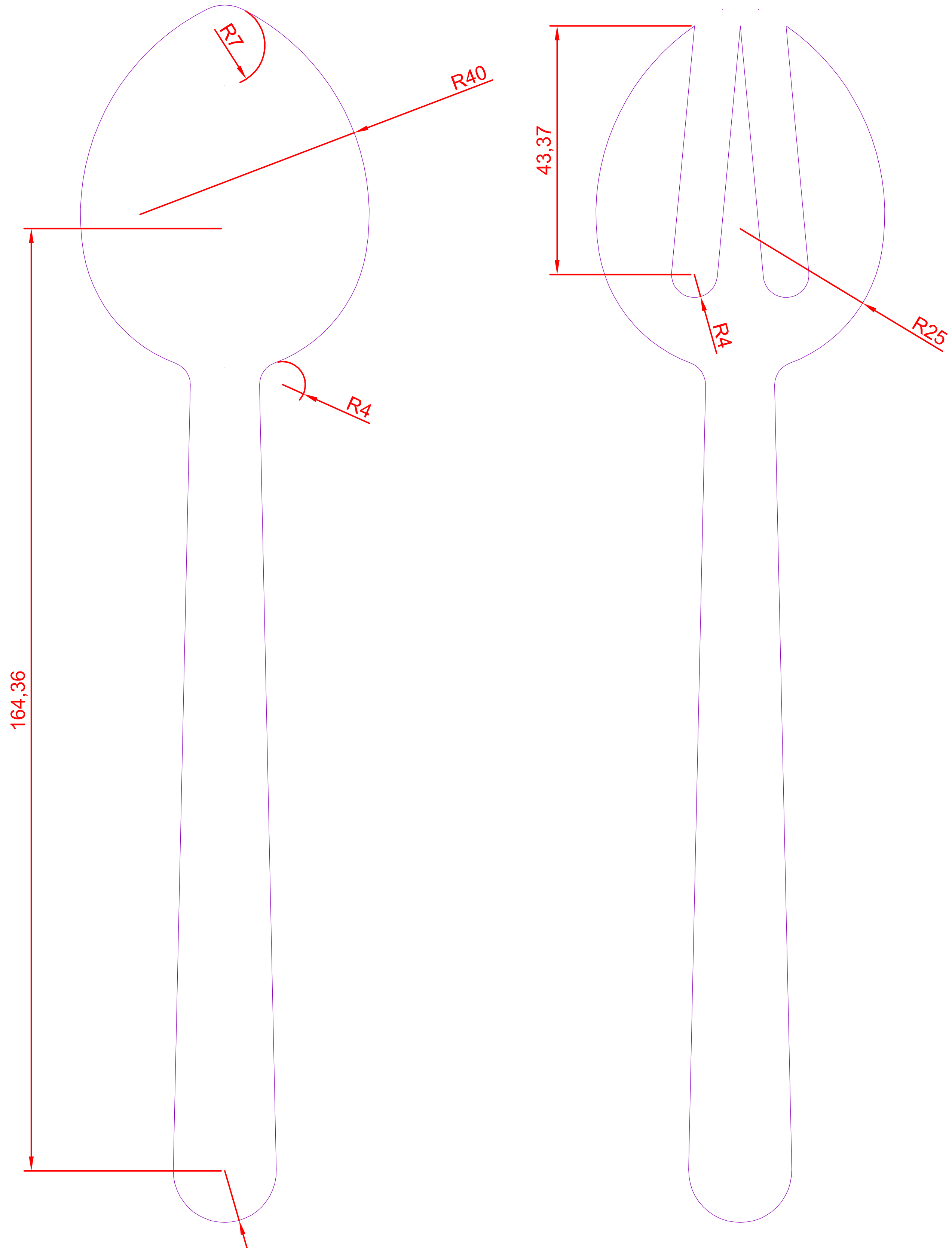


NOM i COGNOMS: CURS:

DATA: / /

12





U. 7	Tangències	CULLERA i FORQUILLA	Institut Josep Tapiró
Data / /		Cognoms i nom:	

TEMA	TITOL		EXERCICI	
COGNOMS I NOM		DATA	NOTA	