TEMA 1 TRAÇATS FONAMENTALS EN EL PLA
Paral·leles, perpendiculars, mediatrius
Operacions amb angles

Introducció

En aquest tema s'estudien una sèrie de construccions geomètriques senzilles, elementals i, a la vegada, necessàries en construccions posteriors de més dificultat.

La **rapidesa** i la **precisió** són les dues principals característiques d'un dibuix tècnic, de manera que cal dedicar el màxim d'atenció a aquests dos aspectes.

El consell general per a l'estudi de les **construccions geomètriques** és que no s'han d'aprendre de memòria les figures, sinó que, a partir de les dades i basant-se en les propietats **geomètriques** de cada cas, cal raonar el problema i **fixar bé aquestes propietats**, que constitueixen **el perquè** de les operacions a realitzar.

Encara que són moltíssimes les construccions que es presenten en dibuix geomètric, a partir d'ara es fa un estudi raonat de les que **realment** són necessàries més endavant en dibuix tècnic. Si es dominen aquestes construccions sense necessitat de consultar constantment apunts o llibres, s'haurà fet el primer pas segur en l'aprenentatge d'aquest meravellós idioma que és el dibuix.

1. Concepte i designació dels elements (Fig. 2)

PUNT. És la intersecció de dues rectes.

Els punts es designen amb lletres majúscules o amb números: *A*, *B*, *C*..., *P*, *Q*, *R*..., *1*, *2*, *3*...

LÍNIA RECTA. És una successió de punts en una mateixa direcció.

Les rectes es designen amb lletres minúscules: *a*, *b*, *c*..., *p*, *q*, *r*...

LÍNIA CORBA. És una successió de punts que no estan en la mateixa direcció.

Es designen amb una lletra minúscula: *corba c*.

SEGMENT. És una part de recta limitada pels extrems.

Es designa amb lletres minúscules (*segment a*) o amb dues lletres majúscules als extrems (*segment AB* o $\overline{AB}$).

SEMIRECTA. És una recta limitada en un extrem: *semirecta O-r.*

ANGLE. És la porció de pla compresa entre dues semirectes que tenen el mateix origen. Les semirectes són els costats de l'angle, i el punt d'intersecció és el vèrtex.

Els angles es designen amb una lletra majúscula al vèrtex o amb lletres gregues minúscules: *angle A*, *angle* β (beta), $\hat{A}$.

PLA. És la superfície formada per tres punts no alineats. D'aquesta definició deduïm que un pla queda també definit per dues rectes que es tallen, o que són paral·leles, o per una recta i un punt que no es pertanyen.

Els plans es designen amb lletres gregues minúscules: α (alfa), β (beta), δ (delta), π (pi)...

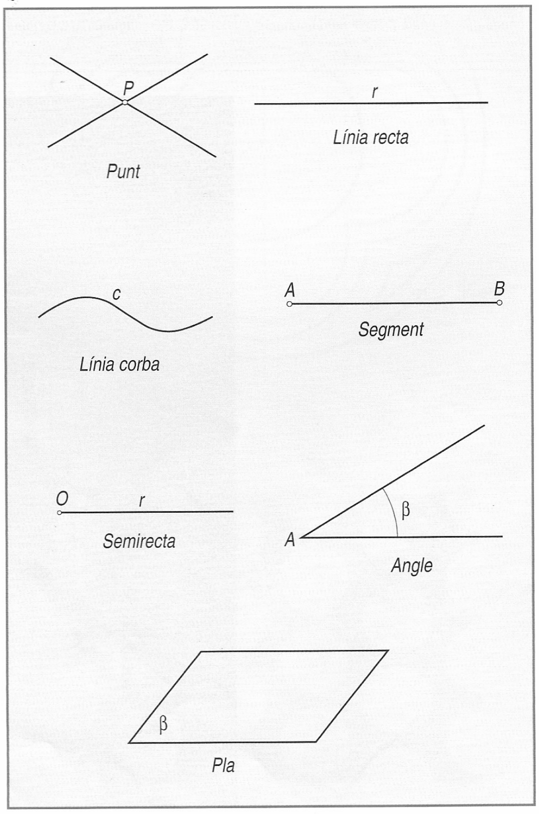
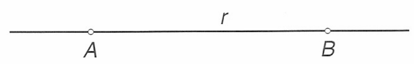


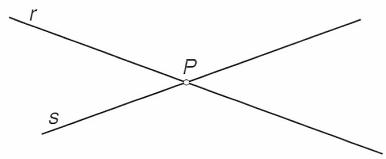
Fig. 2.

3. Operacions amb el regle i el compàs (Fig. 3)

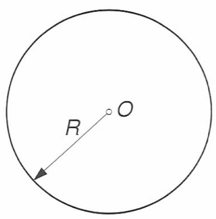
- Traçat de la recta *r* per dos punts *A* i *B*:



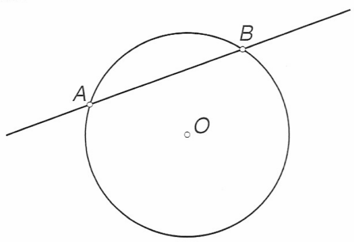
- Punt *P* d'intersecció de dues rectes *r* i *s*:



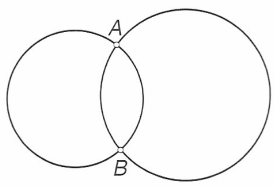
- Traçat de la circumferència de centre *O* i radi *R*:



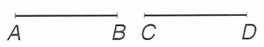
- Punts *A* i *B* d'intersecció d'una recta i una circumferència:



- Punts *A* i *B* d'intersecció de dues circumferències:



- Transport d'un segment:



- Transport d'un angle:

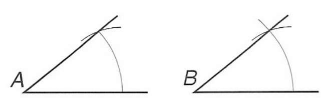


Fig. 3.

4. Concepte de lloc geomètric

Lloc geomètric és el conjunt de punts (del pla o de l'espai) que gaudeixen d'una mateixa propietat.

Donada la importància d'aquest concepte, indiquem, com a exemple, alguns llocs geomètrics:

- **Mediatriu d'un segment**: tots els seus punts equidisten dels extrems del segment.
- **Bisectriu d'un angle**: tots els seus punts equidisten dels costats de l'angle.
- **Circumferència**: tots els seus punts equidisten del centre.
- **El·lipse**: la suma de les distàncies de cada punt a altres dos punts fixos és constant.
- **Hipèrbola**: la diferència de les distàncies de cada punt a altres dos punts fixos és constant.
- **Paràbola**: tots els seus punts equidisten d'un punt i d'una recta donats.
- **Esfera**: tots els seus punts equidisten del centre.

5. Principals signes geomètrics

$\parallel$	*paral·lela a*
$\perp$	*perpendicular a*
$\widehat{COD}$	*angle* COD
$\overset{\frown}{NM}$	*arc* NM
⊾	*angle recte*
$\triangle$	*triangle*
$\square$	*quadrat*
$\varnothing$	*diàmetre*
R	*radi*
d	*diàmetre*
$\overline{RS}$	*segment* RS
$\vert$	*longitud*
$<$	*més petit que*
$>$	*més gran que*
$\leqslant$	*igual o més petit que*
$\geqslant$	*igual o més gran que*

6. Suma de segments (Fig. 4)

Per sumar els segments $a \equiv \overline{AB}$, $b \equiv \overline{CD}$ i $c \equiv \overline{EF}$, es col·loquen sobre una recta, un a continuació de l'altre. El segment resultant $\overline{NM} = a + b + c$ és la suma dels tres segments.

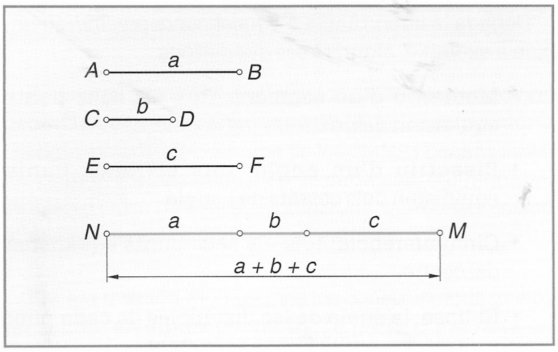


Fig. 4.

7. Diferència de segments (Fig. 5)

Siguin els segments $m \equiv \overline{AB}$ i $n \equiv \overline{CD}$; es col·loca el segment m i, superposat a aquest segment i a partir del seu origen A, se situa el segment n; el segment $\overline{EB}$ és la diferència. $\overline{EB} = m - n$.

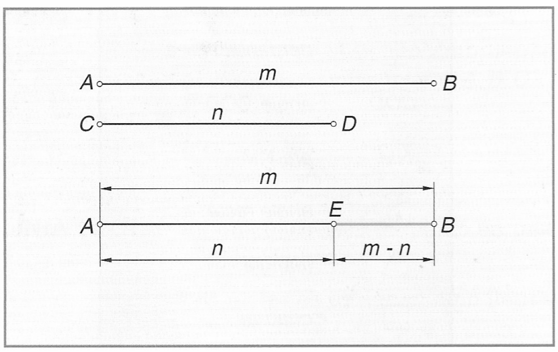


Fig. 5.

8. Traçat de la mediatriu d'un segment $\overline{AB}$ (Fig. 6)

La mediatriu d'un segment $\overline{AB}$ és la recta perpendicular a aquest segment en el seu punt mitjà. Té la propietat que tots els seus punts equidisten dels extrems A i B del segment. És, doncs, un lloc geomètric, ja que tots els seus punts gaudeixen de la mateixa propietat.

Amb centres en A i B i amb un radi superior a la meitat de $\overline{AB}$, es tracen els arcs *1* i *2*, que es tallen en els punts P i Q. Unint els punts P i Q s'obté la mediatriu m del segment $\overline{AB}$.

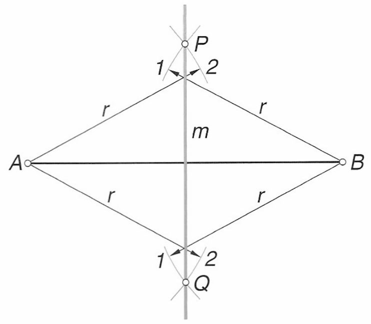


Fig. 6.

9. Aplicació del traçat de la mediatriu en la resolució de problemes

- **Traçat de la perpendicular a una recta t per un punt exterior P (Fig. 7).**

Siguin la recta t i el punt P. Amb centre a P i amb radi arbitrari r, es traça un arc que talla la recta t en els punts A i B. La mediatriu del segment $\overline{AB}$ és la solució. Procedim com en el cas anterior.

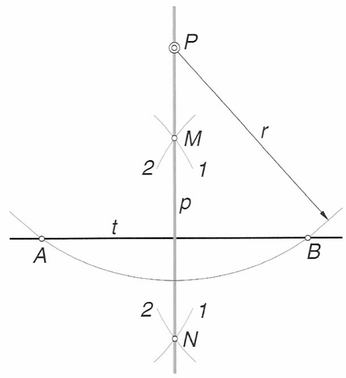


Fig. 7.

- **Traçat de la perpendicular a una recta r per un punt P d'ella (Fig. 8).**

Tenim la recta r i el punt P d'aquesta recta. Amb centre a P es traça un arc de radi arbitrari, que determina els punts A i B. La mediatriu del segment $\overline{AB}$ és la solució.

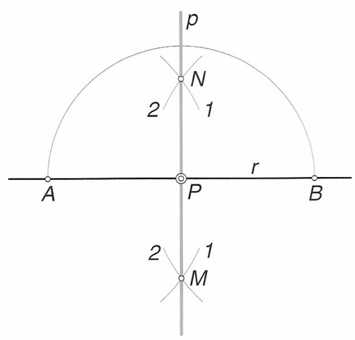


Fig. 8.

- **Traçat de la perpendicular a una semirecta *t* en el seu extrem *O*** (Fig. 9).

Amb centre en O es traça un arc de radi $\overline{ON}$ arbitrari; amb centre en N, es traça un altre arc del mateix radi, que talla en el punt M l'anterior, i amb centre en M i el mateix radi es talla novament en L el primer arc. La mediatriu del segment $\overline{ML}$ és la recta p, perpendicular a la semirecta en O.

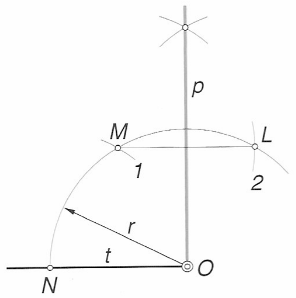


Fig. 9.

- **Divisió d'un arc *AB* de circumferència en dues parts iguals** (Fig. 10).

Es tracen la corda $\overline{AB}$ i la mediatriu m d'aquesta corda. Aquesta mediatriu talla l'arc $\widehat{AB}$ en el punt mitjà C.

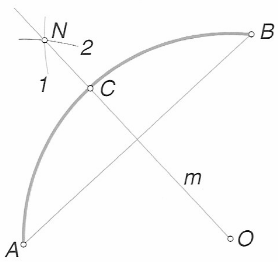


Fig. 10.

- **Traçat de l'arc de circumferència que passa per tres punts** (Fig. 11).

Siguin A, B i C els punts pels quals ha de passar la circumferència. S'uneixen els punts A amb B i B amb C i es tracen les mediatrius n i m de les cordes $\overline{AB}$ i $\overline{BC}$, les quals es tallen en el punt O, centre de la circumferència. Aquest punt O, pel fet de pertànyer a totes dues mediatrius, equidista dels tres punts.

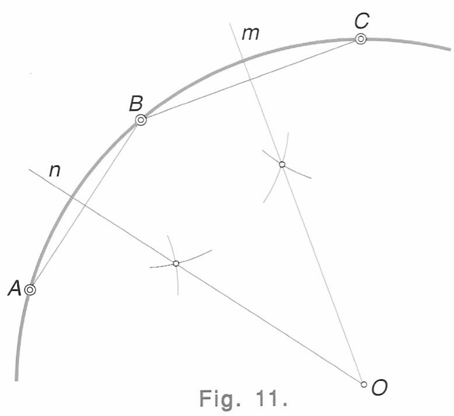


Fig. 11.

- **Divisió d'un segment $\overline{AB}$ en 2, 4, 8..., 2^n parts iguals** (Fig. 12).

Es traça primer la mediatriu de $\overline{AB}$, amb la qual cosa s'obtenen el punt N i els segments iguals $\overline{AN} = \overline{NB}$. Es tracen les mediatrius b i c de $\overline{AN}$ i $\overline{NB}$ i queda dividit en quatre parts iguals, i així successivament.

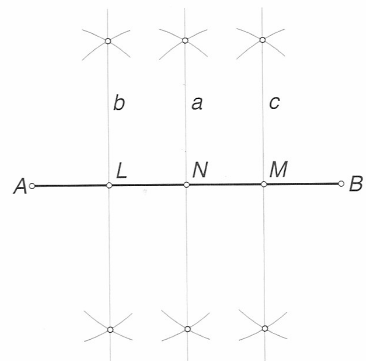


Fig. 12.

10. Divisió d'un segment $\overline{AB}$ en un nombre qualsevol de parts iguals (Fig. 13)

Apliquem el teorema de Tales, que diu: "Si dues rectes coplanàries són tallades per un feix de paral·leles, els segments determinats sobre una de les rectes són proporcionals als determinats sobre l'altra".

Se suposa que cal dividir el segment $\overline{AB}$ en sis parts iguals. Per un extrem, A, es traça una recta qualsevol r i es porten sobre aquesta recta sis segments iguals de longitud arbitrària. L'extrem C de l'últim segment s'uneix amb el B, i per les divisions *1*, *2*, *3*, *4* i *5* es tracen paral·leles a CB que divideixen el segment $\overline{AB}$ en les parts iguals desitjades

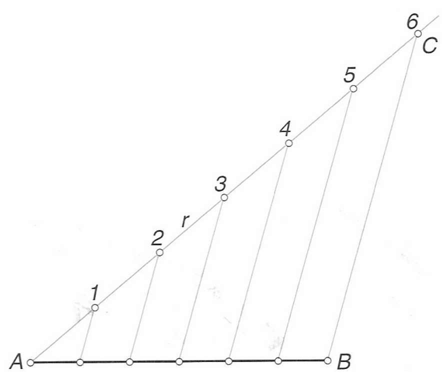


Fig. 13.

11. Rectes paral·leles

Són les rectes coplanàries que no tenen cap punt comú, és a dir, es tallen a l'infinit.

12. Traçat de la recta paral·lela a una altra per un punt *P* (Fig. 14)

Siguin la recta t i el punt P. Amb centre a P es traça un arc de radi r, arbitrari, que talla en N la recta t. Amb centre a N i el mateix radi, es traça l'arc $\widehat{PM}$. Es pren $\overline{NR} = \overline{MP}$ amb ajuda de l'arc 2 i s'obté el punt R. La recta $p \equiv PR$ és la solució.

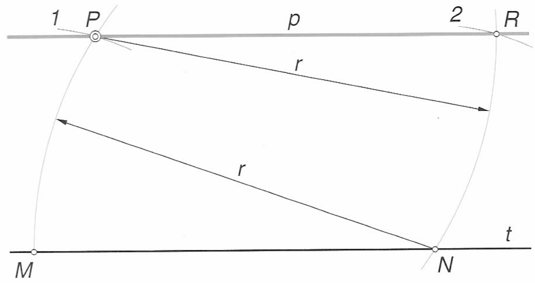


Fig. 14.

13. Angles (Fig. 15)

Un angle és la porció de pla compresa entre dues semirectes que tenen el mateix origen. Les semirectes són els **costats** de l'angle, i el punt d'intersecció és el **vèrtex**.

Un angle es mesura en graus, minuts i segons sexagesimals (15° = 15 graus; 15' = 15 minuts; 15" = 15 segons). 1° = 60' i 1' = 60". També es pot mesurar en graus, minuts i segons centesimals.

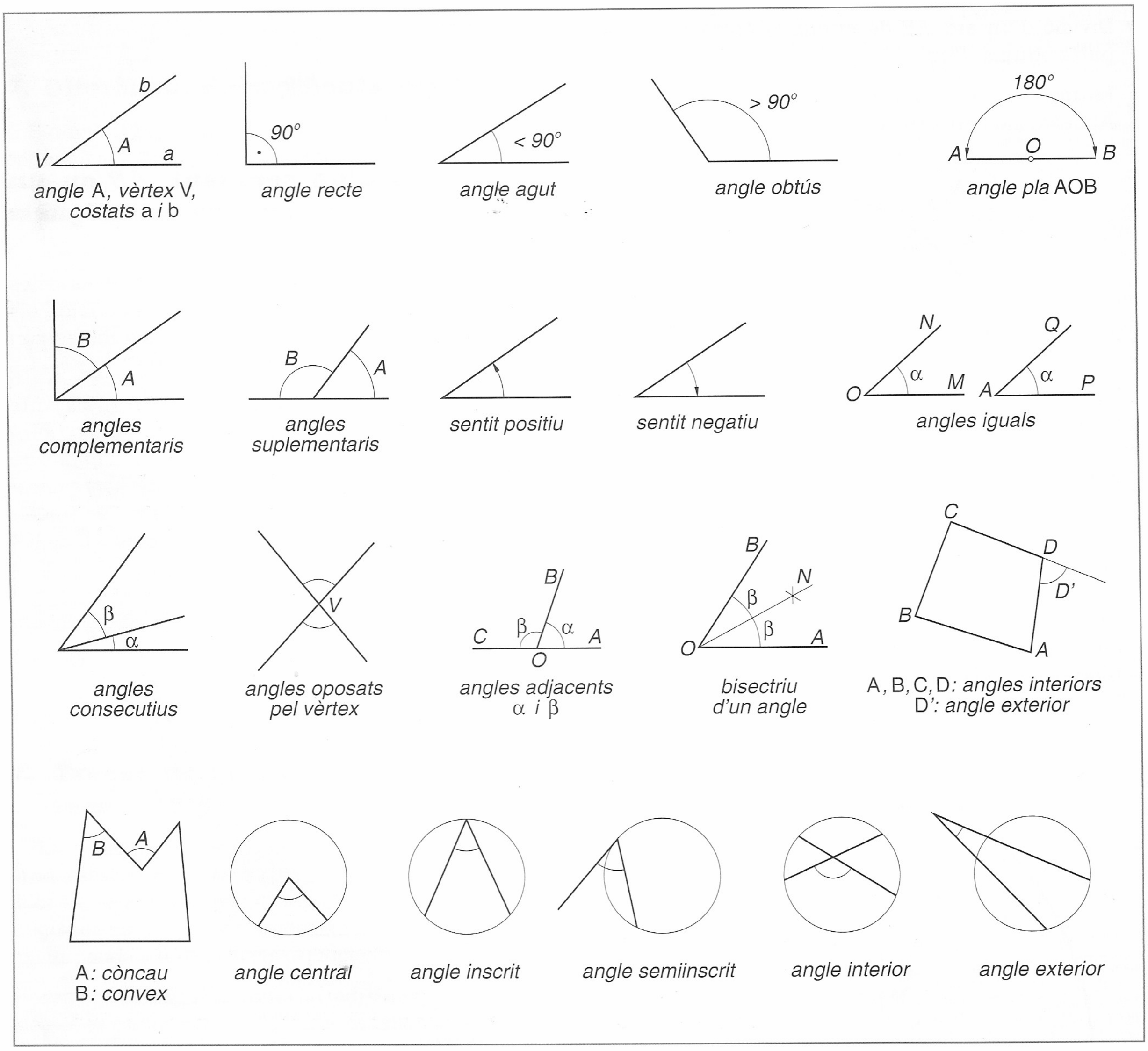


Fig. 15.

14. Construcció d'un angle igual a un altre (Fig. 16)

Tenim l'angle $\widehat{N}$ format per les rectes a i b. Es dibuixa en ell un arc qualsevol $\widehat{AB}$ de vèrtex V; es pren una recta a' i s'hi fixa el vèrtex V'; amb centre a V' es traça l'arc de radi $\overline{V'A'} = \overline{VA}$ i en aquest arc es pren $\overline{A'B'} = \overline{AB}$. El punt B' unit amb V' dóna el costat b' de l'angle igual al proposat

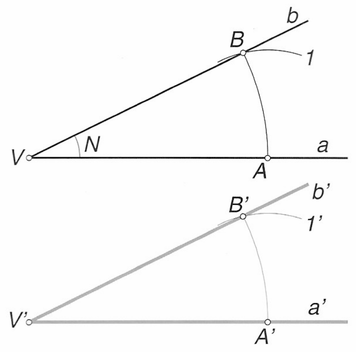


Fig. 16.

15. Suma d'angles (Fig. 17)

Es tracta de construir l'angle que sigui la suma d'altres dos de coneguts, $\widehat{A}$ i $\widehat{B}$. Es construeix, com en l'exercici anterior, l'angle $\widehat{A}$ i a continuació, a partir del costat b', es construeix l'angle $\widehat{B}$. L'angle $\widehat{C}$ és la suma dels angles donats. A la figura s'han portat les cordes $\overline{1\text{-}2}$ i $\overline{3\text{-}4}$ a $\overline{1'\text{-}2'}$ i $\overline{3'\text{-}4'}$.

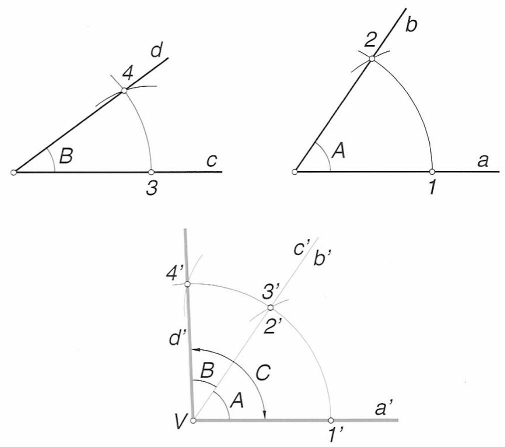


Fig. 17.

16. Diferència d'angles (Fig. 18)

Es donen els angles $\widehat{A}$ i $\widehat{B}$ i cal trobar l'angle que sigui diferència dels dos. Es dibuixa primer l'angle major, $\widehat{A}$, amb ajuda de la corda $\overline{1\text{-}2}$ i després, a partir de 2, es pren la corda $\overline{3\text{-}4}$, amb la qual cosa s'obté el costat c'. L'angle $\widehat{C}$ és la solució.

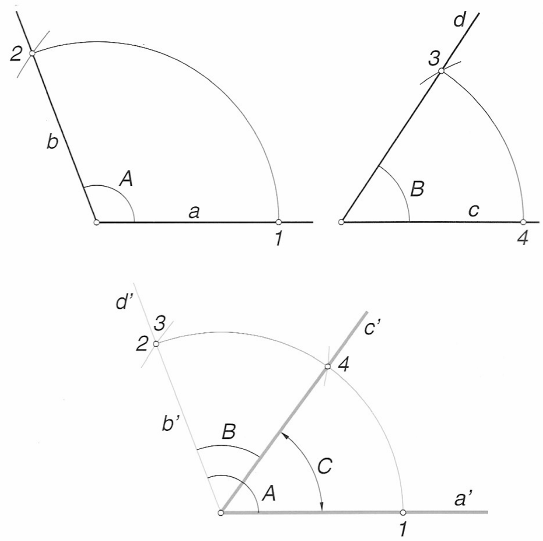


Fig. 18.

17. Traçat de la bisectriu d'un angle

Primer mètode (Fig. 19):

Amb centre en el vèrtex $\widehat{A}$ es traça un arc $\widehat{1\text{-}2}$, de radi arbitrari, i amb centres en 1 i 2, els arcs $\widehat{3}$ i $\widehat{4}$ del mateix radi, els quals es tallen a B. La recta A-B és la bisectriu de l'angle. Aquesta bisectriu, que divideix l'angle en dues parts iguals, és un lloc geomètric, ja que tots els seus punts equidisten dels costats de l'angle.

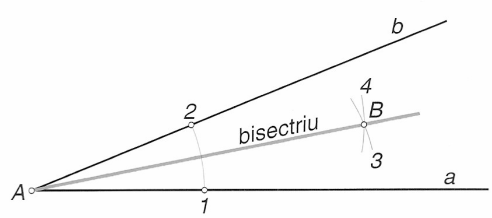


Fig. 19.

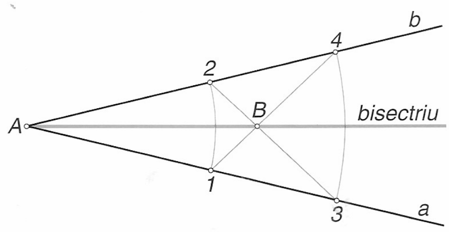


Fig. 20.

Segon mètode (Fig. 20):

Amb centre en *A* es tracen dos arcs qualssevol $\widehat{1\text{-}2}$ i $\widehat{3\text{-}4}$. Les rectes *2-3* i *1-4* es tallen a *B*. La bisectriu és la recta *A-B*.

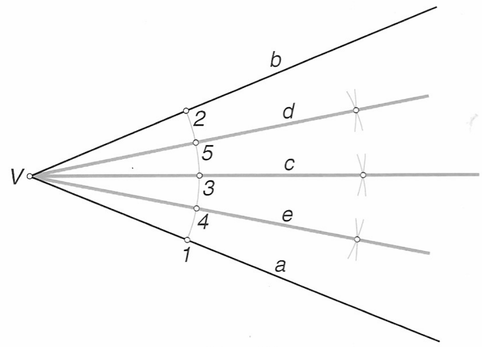


Fig. 21.

18. Divisió d'un angle en 2, 4, 8..., 2^n parts iguals (Fig. 21)

Tenim l'angle de vèrtex *V* i costats *a* i *b*. La bisectriu *c* el divideix en dues parts iguals. Les bisectrius *d* i *e* de cadascuna d'aquestes parts divideixen l'angle en quatre parts iguals. Per obtenir un nombre de divisions més gran procedim de la mateixa manera.

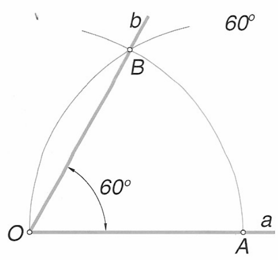


Fig. 22.

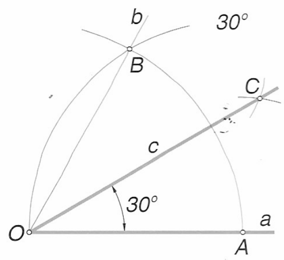


Fig. 23.

19. Construcció d'angles

Angle de 60° (Fig. 22):

Amb centres en *O* i en *A* es tracen dos arcs iguals que es tallen a *B*. Les rectes *a* i *b* formen 60°.

Angle de 30° (Fig. 23):

N'hi ha prou a traçar la bisectriu *c* de l'angle anterior.

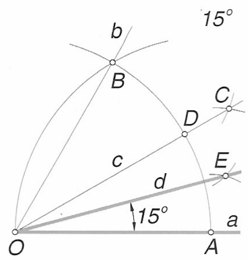


Fig. 24.

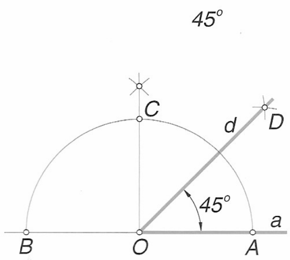


Fig. 25.

Angle de 15° (Fig. 24):

Es traça la bisectriu *d* de l'angle de 30° trobat anteriorment

Angle de 45° (Fig. 25):

Es traça la bisectriu *d* de l'angle $\widehat{AOC}$ de 90°.

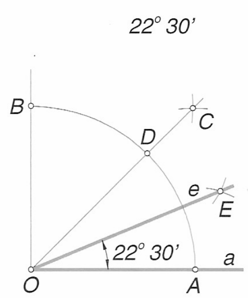


Fig. 26.

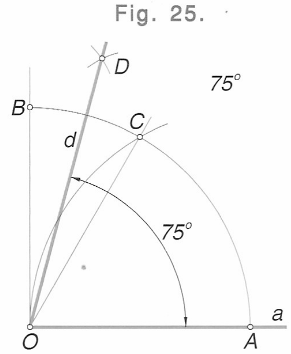


Fig. 27.

Angle de 22° 30' (Fig. 26):

Es traça la bisectriu de l'angle anterior.

Angle de 75° (Fig. 27):

Tenim l'angle $\widehat{AOB}$ de 90° i es construeix l'angle $\widehat{AOC}$ de 60°. L'angle $\widehat{COB}$, diferència dels anteriors, val 30°; si tracem la bisectriu $d \equiv OD$ de l'angle $\widehat{COB}$, tindrem l'angle $\widehat{COD}$ de 15°. Segons això, les rectes *a* i *d* formen $60° + 15° = 75°$.